

数学「分数を探究しよう」

中学校 氏名

[1] (1) 分数でちよいと探究してみましょう。

$$\frac{1}{3} = 0.33333\ldots \text{ を } 3 \text{ 倍すると,}$$

$$3 \times \frac{1}{3} = 3 \times 0.33333\ldots$$

$$1 = 0.99999\ldots$$

一見、1 よりも小さいように見える「0.99999…」ですが、
実は、「1」とおなじ大きさなのです。

ポイントは「9 が無限個並んでいる」ということ。
0.99999…のような小数を「無限循環小数」という。

(2) 0.99999… に似た数で、有限小数 0.999 とか 0.999999 があります。

9 がものすごお…………おく多ければいいんじゃないか、と考えました。
0.99999…………9 (←「9」が10億個) としてみましょう。

$$\begin{aligned} 0.99999\ldots 9 &= \frac{99999\ldots 9}{100000\ldots 0} \\ &= 1 - \frac{1}{100000\ldots 0} \\ &< 1 \end{aligned}$$

やっぱり 1 と等しくはない。

9 がものすごお…………おく多くても、「有限」は「無限」にはなれないのです。

(3) こんな「無限」ですが、
高校では3年生数学にて扱います。

では、高校数学で出てくる分数をもうひとつ。

[2] 計算してみましょう。

$$(1) 1 + \frac{1}{2} =$$

$$(2) 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}} =$$

$$(3) 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}} =$$

$$(4) 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}} =$$

こんな分数を「連分数」といいます。
これに「無限」がからむと、

$$(5) 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \cdots}}}} = \boxed{}$$

と予測できますね。

3 連分数の面白い性質が知られています。

$$(1) \quad 1 + \frac{0}{2 + \frac{0}{2 + \frac{0}{2 + \dots}}} = \boxed{}, \quad 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \dots}}} = \boxed{}, \quad 1 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \dots}}} = \boxed{}$$

$$(2) \quad 2 + \frac{0}{4 + \frac{0}{4 + \frac{0}{4 + \dots}}} = \boxed{}, \quad 2 + \frac{1}{4 + \frac{1}{4 + \frac{1}{4 + \dots}}} = \boxed{}, \quad \boxed{} = \boxed{}, \quad \boxed{} = \boxed{}, \quad \boxed{} = \boxed{}$$

$$(3) \quad 3 + \frac{0}{6 + \frac{0}{6 + \frac{0}{6 + \dots}}} = \boxed{}, \quad 3 + \frac{1}{6 + \frac{1}{6 + \frac{1}{6 + \dots}}} = \boxed{}, \quad \boxed{} = \boxed{}, \quad \boxed{} = \boxed{}, \quad \boxed{} = \boxed{}, \quad \boxed{} = \boxed{}$$

..... と続くのです。

この連分数の法則性は、2年生の「漸化式」と3年生の「極限」で説明できます。